

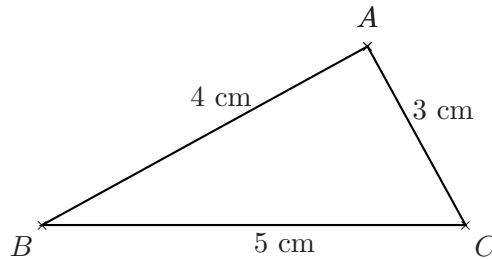
Triangle rectangle : propriété réciproque de Pythagore

Le théorème de Pythagore admet une propriété réciproque.

Énoncé de la propriété : dans un triangle, si la longueur du plus grand côté au carré est égale à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle et son hypoténuse est le côté le plus grand.

Autrement dit : si ABC est un triangle, si $[BC]$ est le côté le plus grand de ABC et si $BC^2 = BA^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .

Voici comment appliquer cette propriété pour démontrer qu'un triangle est rectangle.



Exemple.

Côté le plus grand : $[BC]$.

Côtés de l'angle droit : $[AB]$ et $[AC]$.

Calcul : $BC^2 = 5^2 = 25$.

Calcul : $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

Donc, $BC^2 = BA^2 + AC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A .

Exercice 1. Dans chacun des cas suivants, démontrer en utilisant l'exemple ci-dessus que le triangle donné est rectangle en précisant le sommet de l'angle droit.

Toutes les longueurs sont exprimées en cm. Il n'est pas demandé de faire une figure en vraies grandeurs, mais il est conseillé de faire un schéma.

(a) ABC avec $AB = 10$; $AC = 6$ et $BC = 8$.

(d) ANP avec $AN = 96$; $AP = 247$ et $NP = 265$.

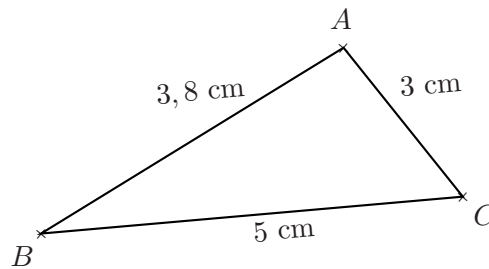
(b) DEF avec $DE = 17$; $DF = 15$ et $EF = 8$.

(e) TGV avec $TG = 505$; $TV = 217$ et $GV = 456$.

(c) TRI avec $TR = 80$; $TI = 82$ et $RI = 18$.

(f) STU avec $ST = 424$; $SU = 224$ et $TU = 360$.

À l'aide du théorème de Pythagore, si on connaît les trois longueurs d'un triangle, on peut démontrer que ce triangle n'est pas rectangle.



Exemple. On considère le triangle ABC avec $BC = 5$, $BA = 3$ et $CA = 3,8$. Démontrons que ABC n'est pas rectangle.

Côté le plus grand : $[BC]$.

Côtés de l'angle droit : $[AB]$ et $[AC]$.

Calcul : $BC^2 = 5^2 = 25$.

Calcul : $AB^2 + AC^2 = 3,8^2 + 3^2 = 14,44 + 9 = 23,44$.

Comme $25 \neq 23,44$ on en déduit que $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$.

Si ABC était rectangle alors on aurait $BC^2 = BA^2 + AC^2$. Or $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$, donc ABC n'est pas rectangle.

Exercice 2. Dans chacun des cas suivants, démontrer en utilisant l'exemple ci-dessus que le triangle donné n'est rectangle.

Toutes les longueurs sont exprimées en cm. Il n'est pas demandé de faire une figure en vraies grandeurs, mais il est conseillé de faire un schéma.

- (a) SKP avec $SK = 761$; $SP = 40$ et $KP = 760$. (c) TGI avec $TG = 80$; $TI = 82$ et $GI = 15$.
 (b) TAZ avec $TA = 17$; $TZ = 18$ et $AZ = 8$. (d) PRE avec $PR = 100$; $PE = 250$ et $RE = 150$.

Exercice 3. Dans chacun des cas suivants, justifier si le triangle est ou non rectangle. Si le triangle est rectangle, préciser le sommet de l'angle droit.

- (a) SKI avec $SK = 125$; $SI = 325$ et $KI = 300$. (c) RGP avec $RG = 19$; $RP = 20$ et $GP = 29$.
 (b) ZOR avec $ZO = 26$; $ZR = 10$ et $OR = 25$. (d) TVX avec $TV = 29$; $TX = 21$ et $VX = 20$.