

3 explorateurs Loulou , Riri et Fifi dorment a coté d'un tas de cacahuètes et d'un singe :

- Loulou se réveille , il partage le tas de cacahuètes en 3 , il en reste 1 : il la donne au singe , mange sa part , remet tout en place et se recouche!
- Riri se réveille , il partage le tas de cacahuètes en 3 , il en reste 1 : il la donne au singe , mange sa part , remet tout en place et se recouche!
- Fifi se réveille , il partage le tas de cacahuètes en 3 , il en reste 1 : il la donne au singe , mange sa part , remet tout en place et se recouche!
- le lendemain matin ils se réveillent , partagent les cacahuètes restantes en 3 , il en reste 1 qu'ils donnent au singe...
Après avoir mangé chacun leur part , ils se demandent combien il y avait de cacahuètes!! Aidez les!!!

Appelons x le nombre de cacahuètes au début de la nuit ; a la part mangée par Loulou ; b la part mangée par Riri ; c la part mangée par Fifi et enfin d la part mangée par chacun d'eux au matin.

On peut donc écrire les égalités suivantes :

1^{er} lever : Loulou

$$x = 3 \times a + 1 \tag{1}$$

2^{er} lever : Riri Au moment où se lève Riri, il reste $x - (a + 1)$ cacahuètes ou $2a$ cacahuètes. En effet, d'après l'équation 1, $1 = x - 3a$ et $x - (a + 1) = x - (a + x - 3a) = 2a$. Donc

$$2a = 3 \times b + 1 \tag{2}$$

et il reste maintenant $2b$ cacahuètes.

3^e lever : Fifi On a de la même façon que lors des 2 précédents levers,

$$2b = 3 \times c + 1 \tag{3}$$

Il reste alors maintenant $2c$ cacahuètes.

4^e lever : Riri, Fifi et Loulou On a alors

$$2c = 3 \times d + 1 \tag{4}$$

Exprimons maintenant x en fonction de d . D'après l'équation 2, on a

$$a = \frac{1}{2}(3b + 1) \tag{5}$$

puis d'après l'équation 3

$$b = \frac{1}{2}(3c + 1) \tag{6}$$

puis d'après l'équation 4

$$c = \frac{1}{2}(3d + 1) \tag{7}$$

En regroupant les équations 5, 6 et 7, on peut écrire

$$\begin{aligned} x &= 3a + 1 \\ x &= 3 \times \frac{1}{2}(3b + 1) + 1 \\ x &= 3 \times \frac{1}{2}(3 \times \frac{1}{2}(3c + 1) + 1) + 1 \\ x &= 3 \times \frac{1}{2}(3 \times \frac{1}{2}(3 \times \frac{1}{2}(3d + 1) + 1) + 1) + 1 \end{aligned}$$

Cette dernière équation se transformant en

$$x = \frac{81}{8}d + \frac{65}{8} \tag{8}$$

ou

$$x = \frac{81d + 65}{8} \tag{9}$$

Pour obtenir un nombre entier de cacahuètes, il faut que $81d + 65$ soit un multiple de 8. Donc, en écrivant

$$81d + 65 = (80 + 1)d + (64 + 1) = 80d + 64 + d + 1 = 8(10d + 8) + (d + 1)$$

$8(10d + 8)$ étant déjà un multiple de 8, il faut que $d + 1$ en soit un aussi. Par conséquent, la plus petite valeur possible pour d est $d = 7$. En réinjectant cette valeur dans l'équation 8, on trouve **un nombre (minimum) total de cacahuètes égal à 79.**

Vérifions

