

Devoir surveillé n° 2

durée : 1h

Exercice 1 : (5 points) Manipulation d'expressions polynomiales

On considère l'expression

$$E(x) = (2x + 1)(x - 2) - (x - 2)(x + 4)$$

1. Développer $E(x)$.
2. a) Factoriser $E(x)$.
b) Contrôler votre résultat en développant la forme factorisée de $E(x)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $E(x) = 0$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $E(x) = 6$.
5. Calculer $E(2 + \sqrt{3})$.

Exercice 2 : (3 points) Une équation rationnelle

On pose $A(x) = \frac{x^2(x - 7)}{(7 - 3x)}$.

- a) Pour quelles valeurs réelles de x l'expression $A(x)$ est-elle calculable ?
- b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$.

Exercice 3 : (3 points) Équation rationnelle

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

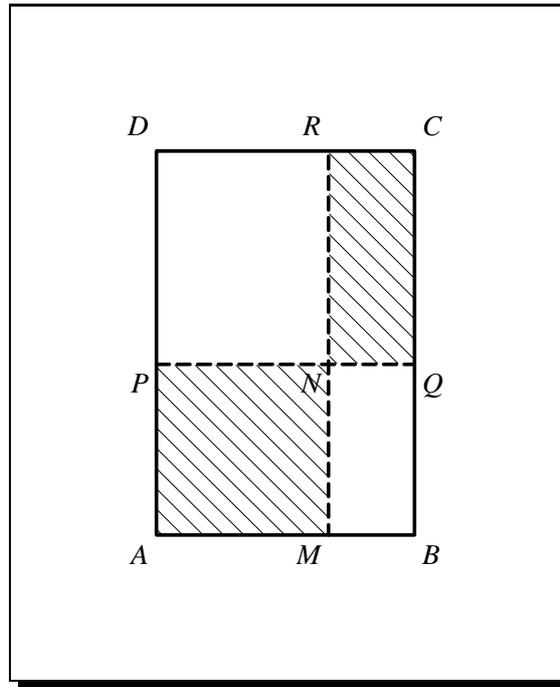
$$\frac{x + 1}{x + 4} = \frac{1}{x}$$

Exercice 4 : (4 points) Un problème d'aire

Le rectangle $ABCD$ ci-dessous a pour dimensions $AB = 2$ et $BC = 3$.

Pour chaque point M du segment $[AB]$ (avec $M \neq A$), on construit le carré $MNPA$ et le rectangle $NQCR$.

Où placer le point M pour que le carré et le rectangle aient la même aire ?



Exercice 5 : (5 points) Calculatrice et exactitude

Soit x un nombre réel. On pose

$$A = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} \quad \text{et} \quad B = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}}.$$

1. Avec une calculatrice, déterminer des valeurs approchées de A et B pour :

$$a) x = 10^4 \quad b) x = 10^{18} \quad c) x = -3$$

2. Démontrer par le calcul que $A = B$.

3. Comment peut-on expliquer les résultats de la question 1. ?