

Devoir surveillé n° 6

durée : 1h

Exercice 1 : (5 points) Démontrer avec des vecteurs

On considère un triangle ABC .

1. Construire les points E et F définis par

$$\overrightarrow{AE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

2. Exprimer \overrightarrow{EF} en fonction de \overrightarrow{BC} .

3. En déduire que les droites (EF) et BC sont parallèles.

Exercice 2 : (3 points) Un problème de construction

Soit A et B deux points distincts. Placer les points M et N tels que

$$3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{NA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NB}.$$

Au besoin, justifier les constructions par un calcul.

Exercice 3 : (7 points) Calcul vectoriel

On considère le triangle ABC . P est un point de (AB) , Q un point de BC et R un point de AC , disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)

1. Donner les valeurs des réels α , β et γ tels que :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AR} = \beta\overrightarrow{AC}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BQ} = \gamma\overrightarrow{BC}.$$

2. Exprimer \overrightarrow{PR} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

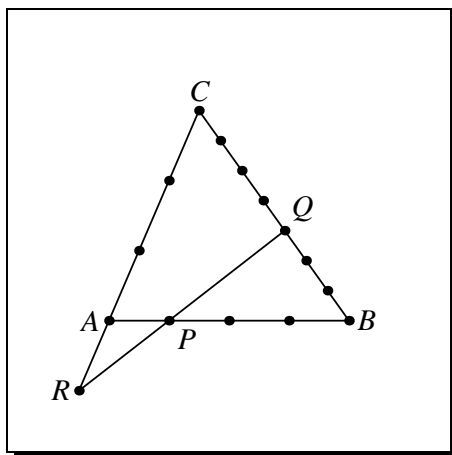
3. Démontrer que

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{9}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}.$$

4. Justifier que

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{9}{7}\overrightarrow{PR}.$$

Que peut-on en conclure ?



Exercice 4 : (5 points) Équation et inéquation rationnelle

La fonction g est définie pour tout réel x différent de 1 par :

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1}.$$

1. Résoudre l'équation : $g(x) = 3$.

2. Résoudre l'inéquation : $g(x) \geq 4$.