

# Devoir surveillé n° 10

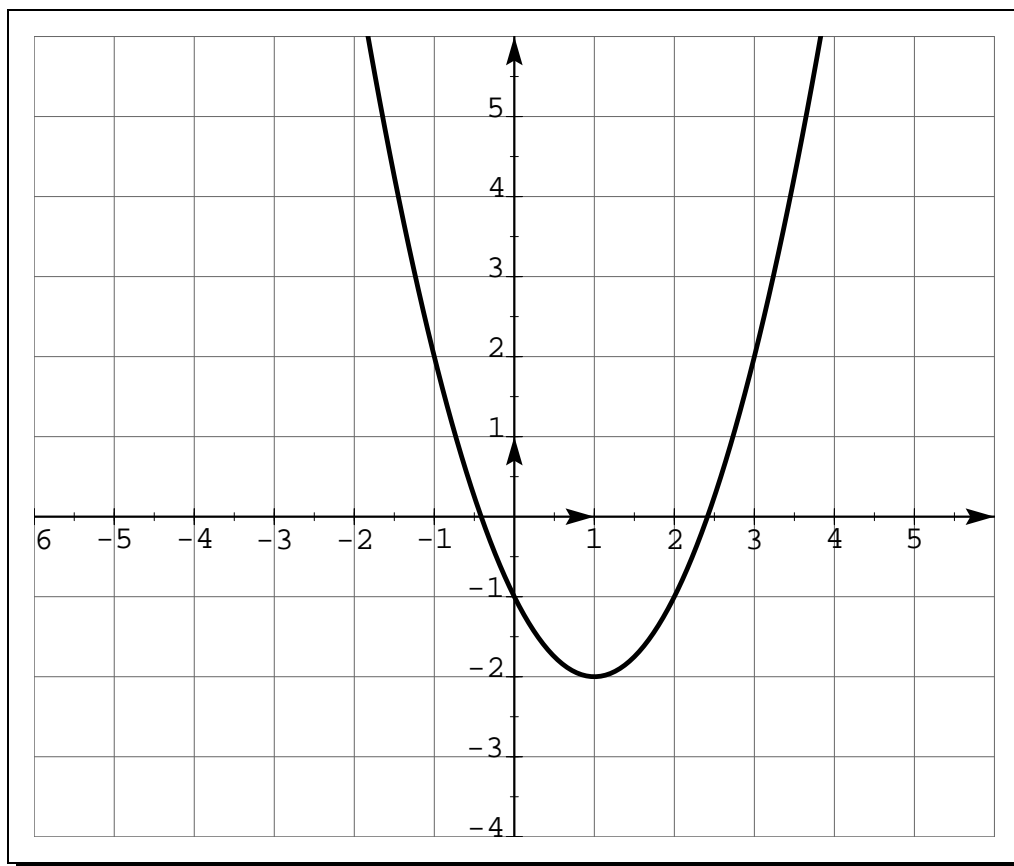
durée : 1h

## Exercice : Intersections de courbes, positions relatives

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on désigne par  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

On vous a représenté ci-dessous cette courbe, dont l'équation est :  $y = x^2 - 2x - 1$ .



### – Partie A – Tracé et lecture du graphique –

1.
  - a) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $x^2 - 2x - 1 = 0$ .
  - b) Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation  $x^2 - 2x - 1 \leq 2$ .
  - c) Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation  $-1 \leq x^2 - 2x - 1 \leq 2$ .
2. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 1 - x$ .
  - a) Représenter la courbe représentative de la fonction  $g$  sur le graphique précédent.
  - b) Résoudre graphiquement l'équation  $x^2 - 2x - 1 = 1 - x$ .
  - c) Résoudre graphiquement l'inéquation  $x^2 - 2x - 1 \leq 1 - x$ .
3. Par simple lecture graphique, dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

## – Partie B – Par le calcul –

1. Résoudre l'équation  $f(x) = -1$ .
2. Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq -1$ .
3. a) Vérifier que  $f(x)$  peut également s'écrire  $f(x) = (x - 1)^2 - 2$ .  
b) En déduire la résolution de l'équation  $f(x) = 0$ .

## – Partie C – Une autre fonction –

On considère  $C_h$ , la courbe représentative de la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$h(x) = 3 - x^2.$$

1. Que peut-on dire de la parité, ou de l'imparité de la fonction  $h$  ? Que peut-on en déduire par rapports aux symétries éventuelles de la courbe  $C_h$  ?
2. a) Montrer que la fonction  $h$  est décroissante sur  $[0; +\infty[$ .  
b) Montrer que 3 est le maximum de la fonction  $h$ .  
c) Déduire des questions précédentes le tableau de variation de la fonction  $h$ .
3. Compléter le tableau suivant :

$x$	-3	-2	-3/2	-1	0	1	3/2	2	3
$h(x)$									

4. Tracer la courbe  $C_h$  d'équation  $y = h(x)$  sur le graphique précédent.
5. a) Développer l'expression  $2(x + 1)(x - 2)$ .  
b) Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de  $C_f$  et  $C_h$ .