

Complexes, géométrie, et second degré

Exercice : Complexes et géométrie

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm (ou 1 grand carreau si vous préférez).

1. a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 - 4z + 16 = 0.$$

On notera z_A et z_B les solutions, z_A étant la solution dont la partie imaginaire est positive.

b) Déterminer le module et un argument des nombres z_A et z_B .

c) Placer dans le plan les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B . (On laissera des traces des constructions.)

2. On considère les deux nombres complexes

$$z_C = -4 \quad \text{et} \quad z_D = -1 + i\sqrt{3}.$$

a) Calculer le module et un argument de chacun de ces deux nombres complexes.

b) Placer dans le plan complexe les points C et D d'affixes respectives z_C et z_D .

3. a) Démontrer que les points A , B et C appartiennent à un même cercle de centre O .

b) Démontrer que D est le milieu du segment $[AC]$.

c) Démontrer que le triangle BDA est rectangle.

d) Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Complexes, géométrie, et second degré

Exercice : Complexes et géométrie

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm (ou 1 grand carreau si vous préférez).

1. a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 - 4z + 16 = 0.$$

On notera z_A et z_B les solutions, z_A étant la solution dont la partie imaginaire est positive.

b) Déterminer le module et un argument des nombres z_A et z_B .

c) Placer dans le plan les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B . (On laissera des traces des constructions.)

2. On considère les deux nombres complexes

$$z_C = -4 \quad \text{et} \quad z_D = -1 + i\sqrt{3}.$$

a) Calculer le module et un argument de chacun de ces deux nombres complexes.

b) Placer dans le plan complexe les points C et D d'affixes respectives z_C et z_D .

3. a) Démontrer que les points A , B et C appartiennent à un même cercle de centre O .

b) Démontrer que D est le milieu du segment $[AC]$.

c) Démontrer que le triangle BDA est rectangle.

d) Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.