Probabilités

Exercice 1 : Diagramme et tableau en fabrication mécanique

Une usine fabrique des pièces pour l'orlogerie. Une pièce peut être défectueuse à cause d'au moins l'un de deux défauts appelés a et b. On considère un lot de 10 000 pièces dans lequel 2 % des pièces présentent le défaut a, 8 % présentent le défaut b, et $0,16$ % présentent simultanément les défauts a et b.

1. Faire un diagramme ensembliste (les « patatoïdes ») pour représenter la situation, et déterminer le pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut.

2. Dans le tableau ci-dessous, $\overline{A}$ (resp. $\overline{B}$) est l'ensemble des pièces ne présentant pas le défaut A (resp. B). Reproduire puis compléter ce tableau.

	A	$\overline{A}$	Total
B			
$\overline{B}$			
Total			10 000

3. On choisit au hasard une pièce dans ce lot de 10 000. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

a) E_1 : « La pièce choisie présente l'un au moins des deux défauts »;

b) E_2 : « La pièce choisie présente un défaut et un seul »;

c) E_3 : « La pièce choisie ne présente aucun défaut ».

Exercice 2 : Arbre et durée de mise au point

Dans une usine, la mise au point d'un matériel électronique nécessite l'exécution de trois tâches consécutives, notées A, B et C. Un gestionnaire de l'entreprise a relevé sur une longue période les durées nécessaires pour effectuer chacune des trois tâches.

Pour A, une heure ou deux heures; pour B, quatre heures, cinq heures ou six heures; pour C, deux ou trois heures.

On admet que, pour chacune des tâches A, B, C, la durée d'exécution ne peut pas prendre à l'avenir d'autres valeurs que celles qui ont été données ci-dessus.

Dans ce qui suit, on appelle « mise au point » un triplet (a, b, c) de trois nombres donnant dans l'ordre (tâche A, tâche B, tâche C) les durées d'exécution des trois tâches.

1. À l'aide d'un arbre, donner toutes les « mise au point » possibles.

2. Chaque « mise au point » définit un événement élémentaire. L'observation sur une longue période conduit à admettre que tous les événements élémentaires sont équiprobables.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

a) E_1 : « La mise au point dure huit heures » ;

b) E_2 : « La mise au point dure au plus neuf heures » ;

c) E_3 : « La mise au point dure strictement plus de neuf heures ».

Exercice 3 : Test d'une campagne d'affichage en publicité (*Bac sti gm, national, juin 1999*)

Une agence de publicité veut tester l'efficacité d'une campagne d'affichage d'un nouveau produit A et pour cela réalise une étude auprès de 1 000 personnes. Les résultats sont les suivants :

- 650 personnes ont vu une affiche
- 300 personnes ont acheté le produit A
- 100 personnes ont acheté le produit sans avoir vu l'affiche

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nb de personnes qui	Ont acheté A	N'ont pas acheté A	Total
Ont vu une affiche			
N'ont pas vu d'affiche			
Total			1 000

2. Une personne est choisie au hasard parmi les 1 000 personnes. Toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.

a) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

E_1 : « *la personne choisie a acheté le produit A* »

E_2 : « *la personne choisie a vu une affiche* »

b) Définir par une phrase l'événement $E_1 \cap E_2$. Déterminer la probabilité de l'événement $E_1 \cap E_2$.

c) Déterminer la probabilité de l'événement $E_1 \cup E_2$.

Exercice 4 : Le juke box *bac F1, 1994*

Sur un disque, on a enregistré dix morceaux différents. Le temps d'écoute de chacun d'eux est donné dans le tableau suivant :

Code du morceau enregistré	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Temps d'écoute en secondes	280	200	240	280	260	240	280	200	240	280

Un appareil de lecture sélectionne *au hasard* l'un des dix morceaux et un seul. Tous les morceaux ont la même probabilité d'être sélectionnés.

1. Quelle est la probabilité, pour chacun des morceaux, d'être sélectionné à cette lecture ?

2. *a*) Calculer la probabilité de l'événement E_1 : « *Le morceau sélectionné a une durée d'écoute de 240 secondes* ».

b) Calculer la probabilité de l'événement E_2 : « *Le morceau sélectionné a une durée d'écoute supérieure à 220 secondes* ».

3. On note X la variable aléatoire qui, à tout morceau sélectionné, associe le temps d'écoute de ce morceau.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X, c'est à dire les différentes valeurs prises par X et la probabilité d'obtenir chacune d'entre elles.

b) Calculer l'espérance mathématique de la variable X ainsi que sa variance et son écart-type. (Le détail des calculs n'était pas demandé le jour du bac.)