

Limites d'une fonction numérique

Reprise de l'exercice 9 page 196 de votre livre

Exercice 1 : Limite en l'infini d'une fonction rationnelle

Chacune des fonctions f ci-dessous est définie sur $]1; +\infty[$. Pour chacune d'entre elle, déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

$$\text{a) } f(x) = -\frac{4x}{x-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{1-x^2} \quad \text{c) } f(x) = -\frac{2x}{(x-1)^2}$$

Reprise de l'exercice 12 page 196 de votre livre

Exercice 2 : Limites d'une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur $]3; +\infty[$ par

$$f : x \mapsto 2x + 1 + \frac{1}{x-3}$$

Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Exercice 3 : Limites d'une fonction rationnelle, asymptotes

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $]1, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$$

- Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
- Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 1.
- Déduire des questions précédentes que la courbe représentative de f admet deux asymptotes. Donner une équation de chacune de ces asymptotes.

Exercice 4 : Recherche d'asymptote pour une fonction rationnelle, asymptote oblique

On considère la fonction f définie sur $] -1, +\infty[$ par

$$f(x) = x + 3 + \frac{2}{x+1}$$

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
 - Que peut-on en déduire comme asymptote pour la courbe représentative C de f ?
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+3)]$.
 - Que peut-on en déduire comme asymptote pour la courbe représentative C de f ?

Exercice 5 : Recherche d'asymptotes pour une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x-1}$$

- Déterminer trois nombres réels a , b et c tels que, pour tout nombre $x \in]1, +\infty[$, on ait

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

- En déduire que la courbe représentative C de f admet une asymptote oblique Δ dont on donnera une équation.
- Étudier la position de C par rapport à Δ sur l'intervalle $]1, +\infty[$.
- Montrer que la courbe C admet une autre asymptote dont on donnera une équation.

Exercice 6 : Recherche d'asymptotes

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 9x + 2}{x^2 + 1}.$$

On appelle C la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a) Montrer qu'il existe des nombres réels a, b, c tels que pour tout nombre réel x ,

$$f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 + 1}.$$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

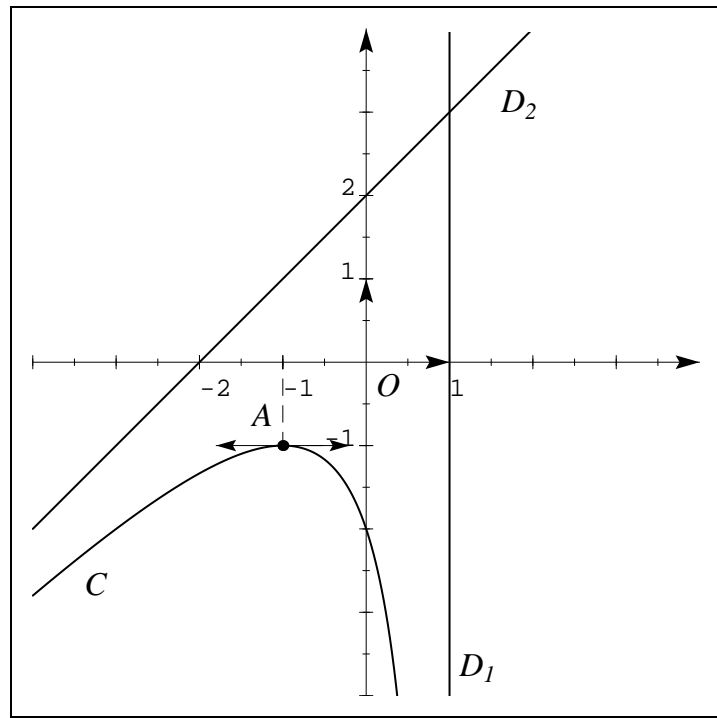
c) Montrer que la droite d'équation $y = x + 2$ est une asymptote de la courbe C .

Exercice 7 : Lecture de graphique

La courbe C représentée ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) de la fonction f définie sur $] -1, +\infty[$ par

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + d},$$

où a, b, c et d sont quatre nombres réels que l'on se propose de déterminer.



1. On admet que les droites D_1 et D_2 sont les asymptotes de la courbe C . Déduire du graphique une équation de chacune de ces asymptotes.
2. En utilisant la question précédente, et en remarquant que la courbe C passe par le point $A(-1, -1)$, déterminer les nombres réels a, b, c et d .