

# Géométrie analytique

## Exercice 1 : Géométrie analytique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1 cm ou 1 grand carreau), on considère les points  $A(-2, 2)$ ,  $B(2, 4)$  et  $C(1, 1)$ .

- Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- On considère la droite  $T$  d'équation  $y = 3x - 2$ .
  - Représenter la droite  $T$  sur le dessin précédent.
  - Montrer que le point  $C$  est sur la droite  $T$ .
- Calculer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  et  $\vec{BC}$ .
- Calculer les distances  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ .
- Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AC)$ .
  - Quel est le coefficient directeur de la droite  $(BC)$  ?
- Que peut-on dire du triangle  $ABC$  ?

## Exercice 2 : Vecteurs, longueurs, équations de droites

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm (ou 1 grand carreau si vous préférez).

- On donne les points
 
$$A(-2, 4), \quad B(4, 2), \quad C(-4, -2).$$
  - Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
  - Calculer les coordonnées de  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  et  $\vec{BC}$ .
  - Calculer les longueurs  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ .
  - Que peut-on dire du triangle  $ABC$  ?
  - Calculer l'aire du triangle  $ABC$ .
- Soit  $d_1$  la droite d'équation  $x - 2y = 0$ . Quel est le coefficient directeur de  $d_1$  ? Construire  $d_1$  sur la figure précédente.
  - Soit  $d_2$  la droite d'équation  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ . Quel est le coefficient directeur de  $d_2$  ? Construire  $d_2$  sur la figure précédente.
  - Les droites  $d_1$  et  $d_2$  ont-elles un point commun ? Préciser.
  - Établir une équation cartésienne de  $d_3$ , la droite passant par les points  $A$  et  $C$ . Dire pourquoi les droites  $d_2$  et  $d_3$  sont perpendiculaires. Retrouver le résultat de la question 1. d).
- Donner une équation de la droite  $(AO)$ , notée  $d_4$ . Pourquoi peut-on affirmer que  $d_4$  est perpendiculaire à  $d_1$  ?
  - Soit  $D(2, -4)$ . Prouver que  $D \in d_4$ .
  - Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$  ? Donner son aire.

# Produit scalaire

## Exercice 3 : Calculs de produits scalaires sous forme cartésienne

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  et  $\vec{v} \cdot \vec{u}$ .
- Calculer  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ .
- Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{0}$ .
- Calculer  $\vec{u} \cdot (3\vec{v})$  et  $(3\vec{u}) \cdot \vec{v}$ .

**Remarque** – Les propriétés observées ci-dessus sont généralisables à un triplet quelconque de trois vecteurs  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ .