

Produit scalaire et projections

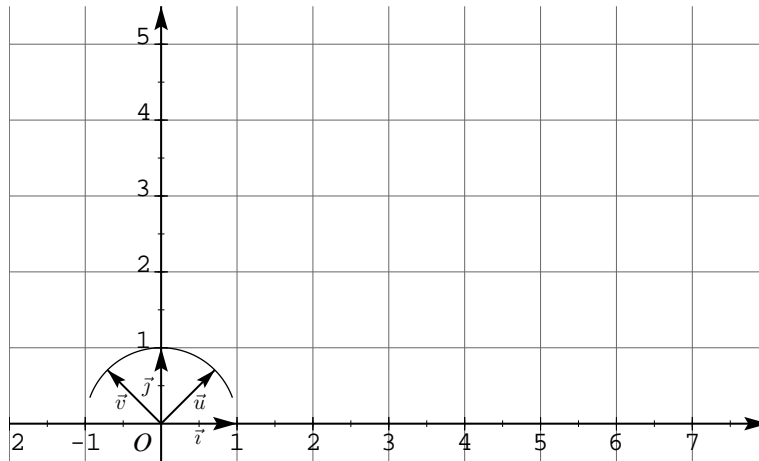
Exercice : Changement de base

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

On considère les points $A(3, 3)$ et $B(7, 1)$ et les vecteurs

$$\vec{u} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \vec{v} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} dans la base (O, \vec{u}, \vec{v}) .



1. Représenter les points A et B sur le graphique ci-dessus.
2. a) Calculer les deux nombres

$$a = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad b = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j}$$
 b) Que dire du vecteur $a\vec{i} + b\vec{j}$?
3. Vérifier que la famille (\vec{u}, \vec{v}) est une base orthonormale du plan. Autrement dit, vérifier que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont bien orthogonaux, et de norme 1.
4. a) Calculer les deux nombres

$$\alpha = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \quad \text{et} \quad \beta = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v}$$
 b) Déterminer les coordonnées du vecteur $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$. Remarque ?
 c) Tracer sur le dessin les vecteurs $\alpha\vec{u}$ et $\beta\vec{v}$.

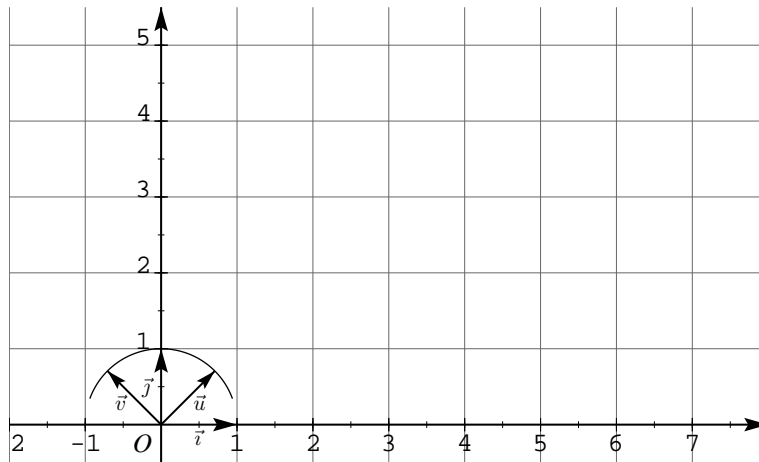
Exercice : Changement de base

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

On considère les points $A(3, 3)$ et $B(7, 1)$ et les vecteurs

$$\vec{u} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \vec{v} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} dans la base (O, \vec{u}, \vec{v}) .



1. Représenter les points A et B sur le graphique ci-dessus.
2. a) Calculer les deux nombres

$$a = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad b = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j}$$
 b) Que dire du vecteur $a\vec{i} + b\vec{j}$?
3. Vérifier que la famille (\vec{u}, \vec{v}) est une base orthonormale du plan. Autrement dit, vérifier que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont bien orthogonaux, et de norme 1.
4. a) Calculer les deux nombres

$$\alpha = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \quad \text{et} \quad \beta = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v}$$
 b) Déterminer les coordonnées du vecteur $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$. Remarque ?
 c) Tracer sur le dessin les vecteur $\alpha\vec{u}$ et $\beta\vec{v}$.