

Cercles et droites en géométrie analytique

Exercice 1 : Tangente à un cercle

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- On donne les points A et B de coordonnées respectives $(-1; 3)$ et $(2; 5)$.
 - Calculer les coordonnées exactes du milieu Ω de $[AB]$.
 - Calculer la valeur exacte de la distance AB .
- Écrire une équation du cercle C de diamètre $[AB]$.
- Tracer C et la tangente T au cercle C au point A .
 - Déterminer les coordonnées des points où T coupe les axes de coordonnées.
- Déterminer les points d'intersection du cercle C avec les axes du repère.

Exercice 2 : Géométrie analytique

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité : 1 cm ou 1 grands carreaux.

On considère les points $A(1; 6)$, $B(7; 2)$ et $C(2; 1)$.

- Placer les points A , B et C .
- Déterminer une équation de la droite (AB) .
- Montrer que le triangle ACB est isocèle rectangle.
- Calculer les coordonnées du point M de l'axe Ox tel que les droites (CM) et (AB) soient perpendiculaires. Dans ce cas, déterminer les coordonnées de P , le point d'intersection de (CM) et (AB) .
- Que dire du point P par rapport au segment $[AB]$? (Justifier.)

Exercice 3 : Vecteurs, longueurs, équations de droites

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm (ou 1 grand carreau si vous préférez).

- On donne les points

$$A(-2, 4), \quad B(4, 2), \quad C(-4, -2).$$

- Placer les points A , B et C .
 - Calculer les coordonnées de \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} .
 - Calculer les longueurs AB , AC et BC .
 - Que peut-on dire du triangle ABC ?
 - Calculer l'aire du triangle ABC .
- Soit d_1 la droite d'équation $x - 2y = 0$. Quel est le coefficient directeur de d_1 ? Construire d_1 sur la figure précédente.
 - Soit d_2 la droite d'équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$. Quel est le coefficient directeur de d_2 ? Construire d_2 sur la figure précédente.
 - Les droites d_1 et d_2 ont-elles un point commun ? Préciser.
 - Établir une équation cartésienne de d_3 , la droite passant par les points A et C . Dire pourquoi les droites d_2 et d_3 sont perpendiculaires. Retrouver le résultat de la question 1. d).
 - Donner une équation de la droite (AO) , notée d_4 . Pourquoi peut-on affirmer que d_4 est perpendiculaire à d_1 ?
 - Soit $D(2, -4)$. Prouver que $D \in d_4$.
 - Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Donner son aire.