

Nombres – règles de calcul

Exercice 1 : Le crible d'Ératosthène

Ératosthène de Cyrène (–276 av J.C.), est un astronome, mathématicien et géographe grec. Surtout connu pour son *crible*, on lui doit aussi la première mesure (relativement) exacte de la circonférence de la Terre en déterminant sur le terrain l'amplitude de l'arc de méridien compris entre Syène et Alexandrie; il obtint ainsi 250 000 stades (près de 40 000 kilomètres).

Le *crible d'Ératosthène* est une méthode permettant de déterminer la liste des nombres premiers « pas trop grand ». Elle est basée sur la remarque suivante : « si x est un nombre entier, alors les multiples de x ne sont pas des nombres premiers ». En effet, si $x = 2$ par exemple, alors $4 = 2 \times 2$, $6 = 2 \times 3$, $8 = 2 \times 4$, etc. . . ne sont pas des nombres premiers. Cette méthode consiste à répéter successivement les 2 étapes suivantes :

- Dans le tableau ci-dessous, **on entoure le plus petit nombre non rayé**. Ce nombre est premier puisqu'il n'est divisible par aucun entier plus petit que lui, excepté le 1.
- On raye ensuite tous les multiples du nombre que l'on vient d'entourer.

Ainsi, la première fois on va entourer le 2 et rayer 4, 6, 8, 10, . . . La seconde fois on va entourer le 3 et rayer 6, 9, 12, etc. . .

À l'aide du tableau ci-dessous, et en utilisant la méthode du *crible d'Ératosthène*, déterminer tous les nombres premiers plus petits que 100.

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 2 : Nombres premiers

Dans la liste ci-dessous, déterminer tous les nombres qui ne sont pas premiers, et donner leur décomposition :

2, 13, 6, 14, 100, 21, 39, 31.

Exercice 3 : Décomposition en nombres premiers

Déterminer la décomposition en nombres premiers des entiers suivants :

- a) 12 c) 48 e) 99 g) 256
 b) 27 d) 98 f) 248 h) 1024

Exercice 4 : Simplification de fractions

Écrire les nombres suivant sous forme de fraction irréductible :

$$a = \frac{27}{18}, \quad b = \frac{36}{8}, \quad c = \frac{6+9}{18}, \quad d = \frac{6+9}{6}.$$

Exercice 5 : Calculs avec des fractions

Donner l'écriture des nombres suivant sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$a) \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \quad b) \frac{2}{3} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{2} \quad c) \frac{2}{3} + \frac{1}{14} \times \frac{7}{2}$$