

Fonctions issues de problèmes géométriques

Exercice 1 : Périmètre d'un rectangle variable

Dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points $A(0; 1)$ et $B(2; 0)$. Un point M d'abscisse x décrit le segment $[OB]$. On construit le rectangle $OMNA$.

On appelle f la fonction qui à x associe le périmètre $f(x)$ du rectangle $OMNA$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Donner une expression algébrique de $f(x)$.
3. Construire la courbe représentative de f .

Exercice 2 : Aires de figures variable

Soit $ABCD$ un rectangle de longueur $AB = 8$ et de largeur $AD = 6$. Soit M un point du segment $[AD]$. La parallèle à (BM) menée par D coupe $[BC]$ en N . On pose $AM = x$.

1. Démontrer que $NC = x$ puis expliquer pourquoi x est compris entre 0 et 6.
2. Démontrer que l'aire du triangle AMB est $4x$.
3. Démontrer que l'aire du parallélogramme $DMBN$ est :

$$48 - 8x.$$

4. Représenter graphiquement les fonctions f et g définies sur $[0; 6]$ par

$$f(x) = 4x \quad \text{et} \quad g(x) = 48 - 8x.$$

5. Les courbes de f et de g ont un point commun I . Lire graphiquement ses coordonnées. Comment interpréter ces coordonnées ?

Exercice 3 : Périmètre d'un rectangle variable

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 8$ et $BC = 10$. Soit M un point quelconque du segment $[AB]$. On note $AM = x$. La parallèle à (AC) menée par M coupe (BC) en N et la parallèle à (AB) passant par N coupe (AC) en P .

On appelle p la fonction qui à x associe le périmètre $p(x)$ du rectangle $AMNP$

1. À quel intervalle appartient x ?
2. a) Calculer $p(x)$ en fonction de x .
b) Représenter graphiquement la fonction p .
3. a) Sur le graphique précédent, estimer la valeur de x pour laquelle $p(x) = 15$.
b) Trouver par le calcul la valeur exacte de x .