

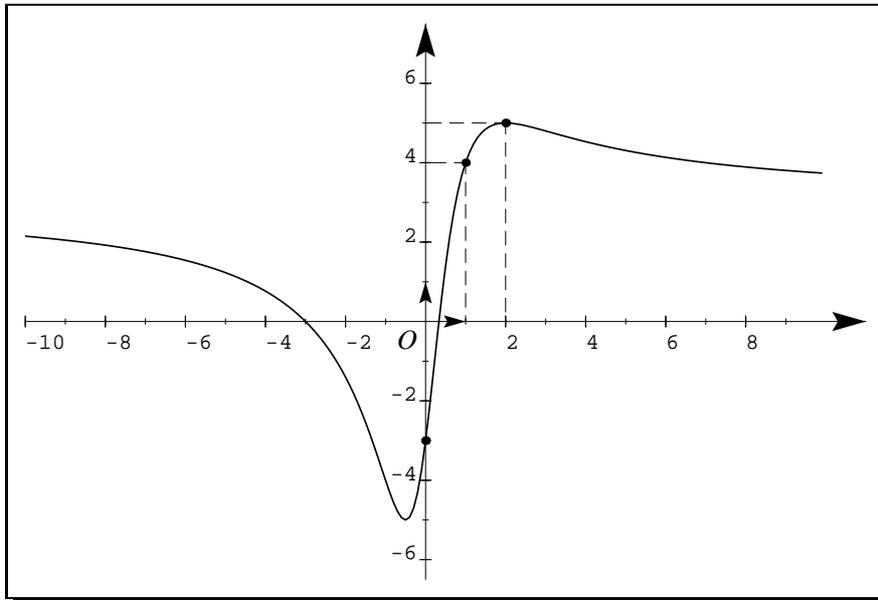
Une fonction rationnelle

Exercice 1 : intersection et positions relatives de deux courbes

1. On vous donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction. On admet qu'une équation de cette courbe est

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 1}$$

où a , b et c sont des réels à déterminer.



- a) Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs de $f(0)$, $f(1)$ et $f(2)$.
 - b) Déterminer, en vous servant de la question précédente, les valeurs des constantes a , b et c .
2. On note C_f la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{3x^2 + 8x - 3}{x^2 + 1}.$$

- a) Y a-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ n'existe pas ? (Justifier.)
 - b) Déterminer, par le calcul, l'intersection de la courbe C_f avec les axes du repère.
3. On admet que la courbe C_f est celle représentée ci-dessus, et on considère la droite D d'équation $y = 3$.
- a) Représenter la droite D sur la figure précédente.
 - b) Étudier le signe de $f(x) - 3$. En déduire les positions relatives de la courbe C_f par rapport à la droite D .
4. On considère la droite Δ d'équation $y = 4$.
- a) Représenter la droite Δ sur la figure précédente.
 - b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f avec Δ .
 - c) Étudier les positions relatives de la courbe C_f par rapport à Δ .