

Corrigé du devoir surveillé n° 3

Exercice 1 : Équation polynomiale de degré 2

En développant l'équation proposée, il vient

$$\begin{aligned} x(2x - 1) + 4 &= (x - 2)^2 &\iff 2x^2 - x + 4 - (x^2 - 4x + 4) &= 0 \\ &&\iff x^2 + 3x &= 0 \\ &&\iff x(x + 3) &= 0 \end{aligned}$$

On a un produit de facteurs égal à 0, donc l'un des facteurs est nul. On en déduit alors les

$$\boxed{2 \text{ solutions : } x = 0 \text{ et } x = -3}.$$

Exercice 2 : Équation polynomiale de degré 2 (facteur commun)

Il vient

$$\begin{aligned} (3 - 2x)(x + 7) &= 3 - 2x &\iff (3 - 2x)(x + 7) - (3 - 2x) &= 0 \\ &&\iff (3 - 2x)((x + 7) - 1) &= 0 \\ &&\iff (3 - 2x)(x + 6) &= 0 \end{aligned}$$

On a un produit de facteurs égal à 0, donc l'un des facteurs est nul. On en déduit alors les

$$\boxed{2 \text{ solutions : } x = 3/2 \text{ et } x = -6}.$$

Exercice 3 : Équation polynomiale de degré 2 (identité remarquable)

Il vient

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 &= 3 &\iff (x + 1)^2 - (\sqrt{3})^2 &= 0 \\ &&\iff (x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3}) &= 0 \end{aligned}$$

On a un produit de facteurs nul, donc l'un des facteurs est nul. D'où les

$$\boxed{2 \text{ solutions : } x = -1 + \sqrt{3} \text{ et } x = -1 - \sqrt{3}}.$$

Exercice 4 : Équation polynomiale de degré 2 (facteur commun)

Il vient

$$\begin{aligned} (2x + 3)(7 - x) &= (x - 7)(2x - 3). &\iff (2x + 3)(7 - x) - (x - 7)(2x - 3) &= 0 \\ &&\iff (2x + 3)(7 - x) + (-x + 7)(2x - 3) &= 0 \\ &&\iff (7 - x)((2x + 3) + (2x - 3)) &= 0 \\ &&\iff (7 - x)(4x) &= 0 \end{aligned}$$

On a un produit de facteurs nul, donc l'un des facteurs est nul. D'où les $\boxed{2 \text{ solutions : } x = 7 \text{ et } x = 0}$.

Remarque : ici, on aurait aussi pu développer entièrement l'équation proposée, pour factoriser ensuite par le facteur commun évident x .

Exercice 5 : Triangles semblables...

1. Les angles \widehat{DAC} et \widehat{BAE} sont opposés par le sommet, donc $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$. De plus, on a

$$\frac{AB}{AD} = \frac{28}{21} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{4}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AE}{AC} = \frac{96}{72} = \frac{4 \times 24}{3 \times 24} = \frac{4}{3} \quad \text{d'où} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{4}{3}$$

Finalement, les deux triangles BAE et DAC ont un angle égal compris entre deux côtés respectivement proportionnels, ce qui prouve que BAE et DAC sont semblables.

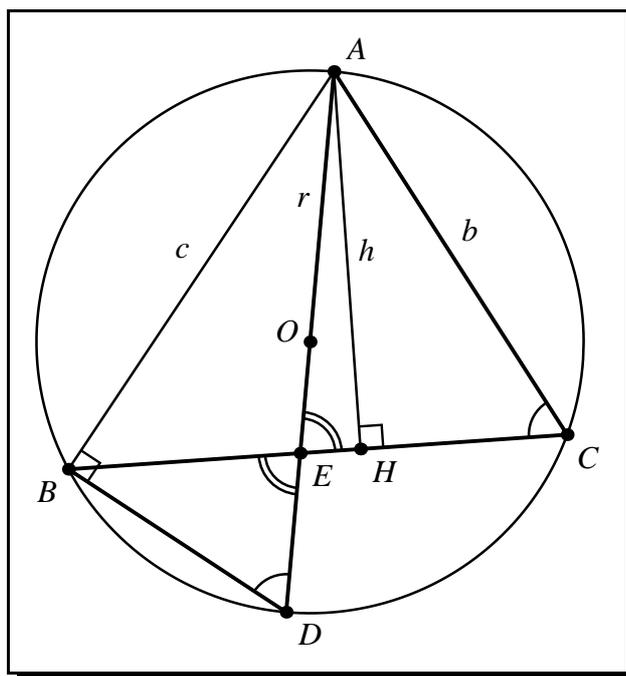
2. On vient de voir que le rapport de proportionnalité qui transforme DAC en BAE était de $4/3$, le rapport entre les aires de ces triangles est donc de $(4/3)^2 = 16/9$. Plus précisément,

$$\text{aire}(DAC) = \frac{16}{9} \text{aire}(BAE)$$

Exercice 6 : Cercle et triangles semblables

1. Les points A, B, C, D sont sur le même cercle, et les angles \widehat{BDA} et \widehat{BCA} interceptent le même arc de cercle AB . Donc $\widehat{BDA} = \widehat{BCA}$, soit $\widehat{D} = \widehat{C}$. De plus, les angles \widehat{BED} et \widehat{AEC} sont opposés par le sommet, donc $\widehat{BED} = \widehat{AEC}$.

Finalement, les triangles DBE et CAE ont deux angles deux à deux égaux, ce qui prouve qu'ils sont semblables.



2. On remarque que $[AD]$ est un diamètre du cercle C et B est un point de ce cercle, donc ABD est un triangle rectangle en B , d'où $\widehat{ABD} = 90^\circ = \widehat{AHC}$. Les deux triangles ABD et AHC sont donc semblables puisqu'ils ont deux angles égaux deux à deux.

Maintenant, dans les triangles semblables ABD et AHC , on a

$$\frac{AB}{AH} = \frac{c}{h} = \frac{AD}{AC} = \frac{2r}{b} \quad \text{et donc} \quad bc = 2rh.$$