

Devoir surveillé n° 1

durée : 1h

Exercice 1 : (3 points) Décomposition en produit de nombres premiers

- Décomposer le nombre 1 008 en produit de facteurs premiers.
- Écrire le nombre $\sqrt{1\,008}$ sous la forme $a\sqrt{7}$ où a est un nombre entier.

Exercice 2 : (3 points) Calculs avec des fractions

Écrire les deux nombres suivants sous forme de fractions irréductibles :

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \qquad B = \frac{1 + \frac{2}{5}}{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}}$$

Exercice 3 : (2 points) Une fraction avec radical au dénominateur

Écrire le nombre suivant sans radical au dénominateur :

$$B = \frac{3}{2 - \sqrt{5}}$$

Exercice 4 : (2 points) Des racines carrées...

Montrer que le nombre

$$(3\sqrt{2} - 1)(1 + \sqrt{2}) - 2\sqrt{2}$$

est un entier.

Exercice 5 : (3 points) Des puissances...

Écrire le nombre

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{8}\right)^5$$

sous la forme $2^a \times 3^b$ où a et b sont des nombres entiers.

Exercice 6 : (3 points) Puissances

On pose

$$A = \frac{(10^5)^4 \times (3 \times 10^2)^{-2}}{1 + 3^2}$$

Écrire A sous la forme $3^p \times 10^q$ où p et q sont des entiers relatifs.

Exercice 7 : (4 points) Calculatrice et exactitude

Soit x un nombre réel. On pose

$$A = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} \qquad \text{et} \qquad B = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

- Avec une calculatrice, déterminer des valeurs approchées à 10^{-10} près de A et B pour :

$$a) x = 10^4 \qquad b) x = 10^{18} \qquad c) x = -3$$

- Démontrer par le calcul que $A = B$.
- Comment peut-on expliquer les résultats de la question 1. ?