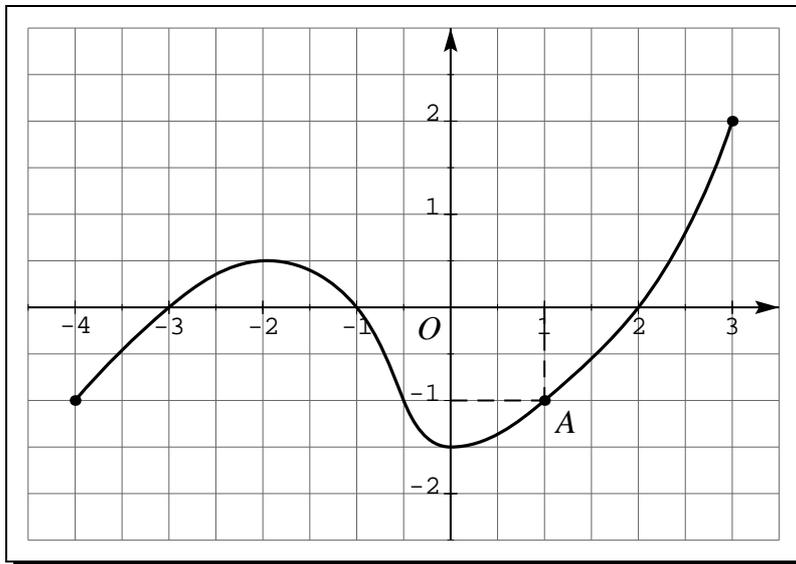


Devoir surveillé n° 5

durée : 2h

Exercice 1 : (5 points) Lecture de graphique

On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f .



En utilisant le graphique, répondre aux questions :

- Donner l'ensemble de définition de f .
- Quelles sont les coordonnées du point A ?
 - Traduire le résultat en utilisant les mots « image » ou « antécédent ».
- Déterminer l'image par f de -2 , puis de $1, 5$.
- Déterminer le(s) antécédent(s) par f de -1 , puis de 2 .
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq -1$.
- Quel est le maximum de f ? Pour quel nombre x est-il atteint ?
- Quel est le minimum de f ? Pour quel nombre x est-il atteint ?

Exercice 2 : (5 points) Images de nombres par une fonction

On considère les fonctions numériques f et g définies par

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-3} \quad \text{et} \quad g(x) = -x^2 + 4x + 3.$$

- Déterminer les images par f des nombres $\frac{19}{3}$ et $3 + \sqrt{5}$. On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible ou sans radical au dénominateur.
- Calculer :
 - $g(-1)$
 - $g(2)$
 - $g(1 + \sqrt{5})$
 en simplifiant au mieux les résultats obtenus.
- Le point de coordonnées $(\sqrt{3}; 0)$ appartient-il à la courbe représentative de g ? (Justifier votre réponse.)

Exercice 3 : (2 points) Des puissances...

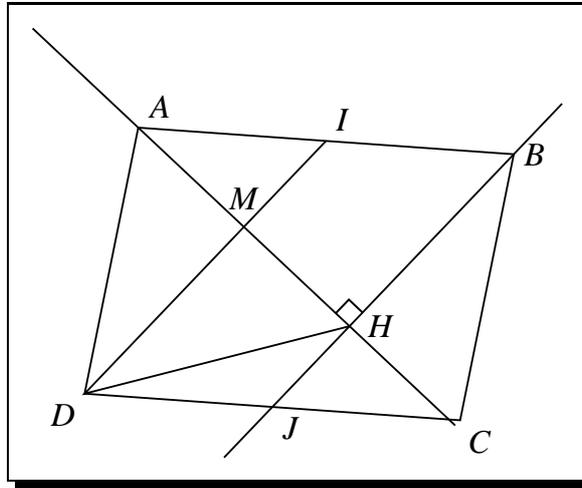
- Montrer que : $8^{2002} + 8^{2003} = 8^{2002} \times 9$.
- En remarquant que $8 = 2^3$ et en utilisant la question précédente, écrire $8^{2002} + 8^{2003}$ sous la forme d'un produit de facteurs de nombres premiers.

Exercice 4 : (4 points) Parallélogramme et triangle isocèle

Dans le parallélogramme $ABCD$ ci-dessous :

- I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$;
- H est le pied de la perpendiculaire à la droite (BJ) passant par A ;
- M est l'intersection des droites (DI) et (AH) .

Le but de l'exercice est de démontrer que le triangle AHD est isocèle.

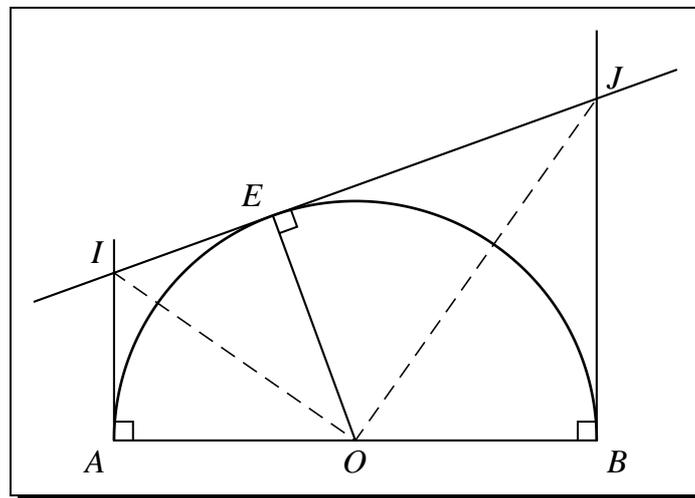


1. Démontrer que le quadrilatère $DJBI$ est un parallélogramme.
2. Démontrer que les droites (AH) et (DI) sont perpendiculaires.
3. Montrer que la droite (DI) est la médiatrice du segment $[AH]$.
4. Conclure.

Exercice 5 : (4 points) Tangentes à un cercle, triangles semblables

Sur la figure ci-dessous, E est un point du demi-cercle C de diamètre $[AB]$ et de rayon R .

La tangente en E à C coupe la tangente en A à C en I et la tangente en B à C en J .



1. a) Montrer que les triangles OAI et OEI sont isométriques.
Citer sans justifier deux autres triangles isométriques.
- b) En déduire que le triangle IOJ est rectangle.
2. a) Montrer que les triangles OEI et OEJ sont semblables.
- b) En déduire que

$$IE \times EJ = R^2, \quad \text{puis que} \quad AI \times BJ = R^2.$$