**NOM :**

2L 21 janvier 2004

# Devoir surveillé n° 7

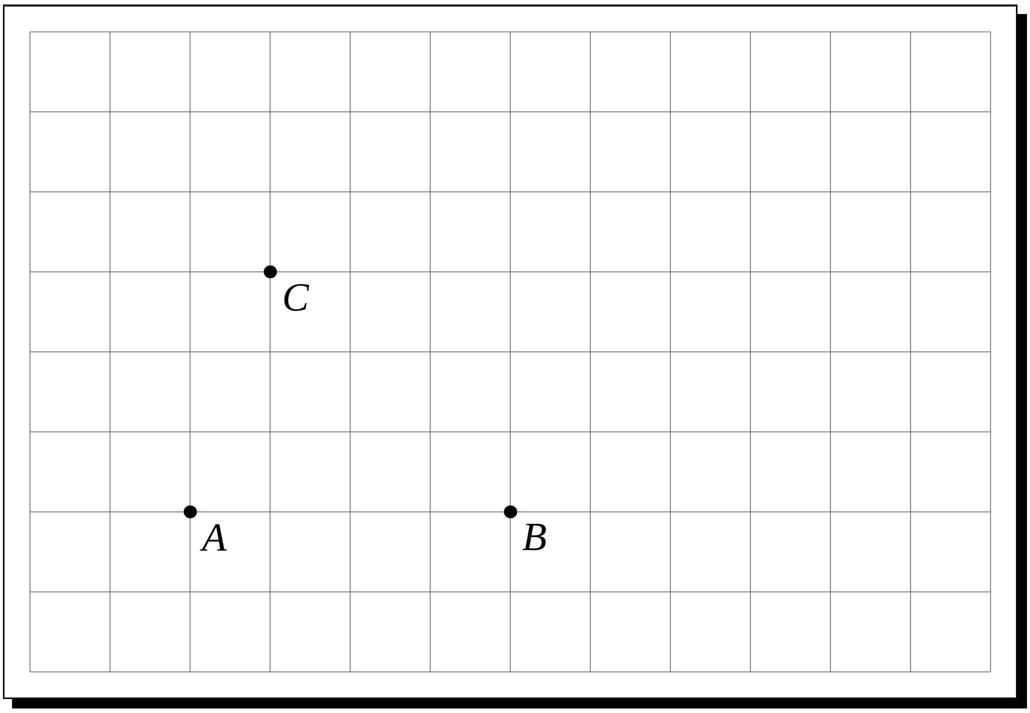
durée : 1h

**Exercice 1 :** (*4 points*) **Démontrer un alignement avec des vecteurs**

Soit $ABC$ un triangle. Les points $M$ et $N$ sont définis par

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

**1.** Placer les points $M$ et $N$ sur le dessin ci-dessous




**2.** Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

**3.** En déduire que $A$, $M$ et $N$ sont alignés.

**Exercice 2 :** (*2 points*) **Chercher un parallélogramme**

Dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points

$$A\left(-\frac{3}{2};1\right) \qquad B\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right) \qquad \text{et} \qquad C\left(\frac{1}{2};3\right)$$

Déterminer les coordonnées du point $D$ tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

**Exercice 3 :** (*4 points*) **Repère, constructions, coordonnées**

Dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points

$$A(2;1), \qquad B(5;2) \qquad \text{et} \qquad C(1;-3).$$

**1.** Placer les points $A$, $B$ et $C$.

**2.** Placer les points $M$, $N$ et $P$ définis par :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

**3.** Calculer les coordonnées des points $M$, $N$ et $P$.

**Exercice 4 :** (*3 points* ) **Petit problème de construction**

On considère un triangle $ABC$.

Construire le point $N$ tel que

$$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AB}.$$

(On justifiera la construction par un calcul.)

**Exercice 5 :** (*7 points* ) **Calcul vectoriel**

On considère le triangle $ABC$. $P$ est un point de $(AB)$, $Q$ un point de $BC$ et $R$ un point de $AC$, diposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)

**1.** Donner les valeurs des réels $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ tels que :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}, \qquad \overrightarrow{AR} = \beta\overrightarrow{AC}, \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BQ} = \gamma\overrightarrow{BC}.$$

**2.** Exprimer $\overrightarrow{PR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

**3.** Démontrer que

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{9}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}.$$

**4.** Justifier que

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{9}{7}\overrightarrow{PR}.$$

Que peut-on en conclure ?