

Devoir surveillé n° 10

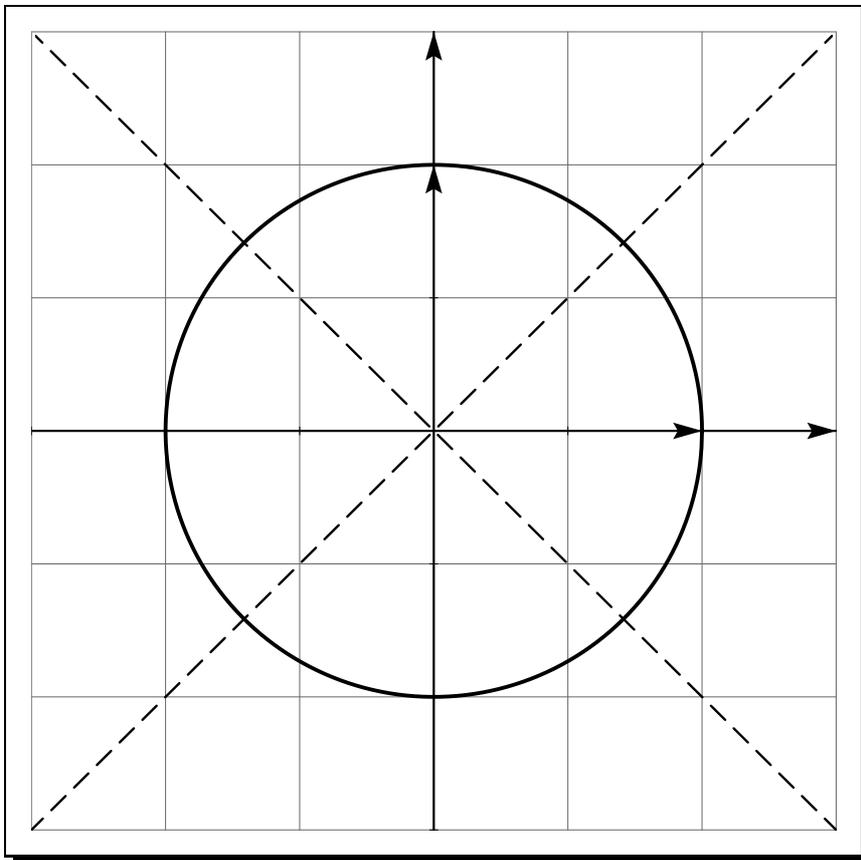
durée : 1h

On rappelle le tableau des valeurs remarquables :

| | | | | | |
|----------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\cos x$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\sin x$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |

Exercice 1 : (7 points) Cercle trigonométrique, équations

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on a représenté ci-dessous le cercle trigonométrique.



1. a) Placer sur le graphique ci-dessus les points correspondant aux nombres

$$0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{3}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{9\pi}{4}, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad -\frac{5\pi}{2},$$

b) En déduire les valeurs exactes de

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

2. a) À l'aide du cercle ci-dessus, résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation

$$(E) \quad \cos x = \frac{1}{2}.$$

b) Toujours à l'aide du graphique, résoudre l'équation (E) sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.

3. À l'aide du cercle ci-dessus, résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation

$$(E') \quad \sin x = \frac{1}{2}.$$

4. Soit x un nombre de l'intervalle $[0; \pi]$ dont le cosinus vaut $-4/5$. Déterminer $\sin x$.

Exercice 2 : (4 points) Un point du cercle trigonométrique

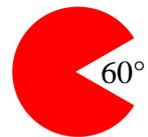
Soit a un nombre réel vérifiant

$$\cos a = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{2} < a < 0.$$

1. Placer sur le cercle trigonométrique le point M qui correspond à l'angle a .
2. Calculer la valeur exacte de $\sin a$.
3. Placer le point M' du cercle trigonométrique qui correspond à l'angle $a + \pi$. En déduire les coordonnées de M' .

Exercice 3 : (3 points) Le « monstre »

Dans un jeu vidéo, le « monstre » est le secteur coloré d'un disque de rayon 1 cm représenté sur la figure ci-contre. La pièce manquante (la gueule) a un angle au centre de 60° .



1. Déterminer une mesure en radian de l'angle 60° .
2. Calculer le périmètre du monstre.

Exercice 4 : (3 points) Parité, périodicité...

On considère la fonction $f : x \mapsto \cos^2 x$, définie sur \mathbb{R} .

1. Étudier la parité de f .
2. Montrer que f est périodique de période π .

Exercice 5 : (3 points) Inéquation polynomiale

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation

$$4x - 5x^2 \geq 0.$$