

# Devoir surveillé n° 10

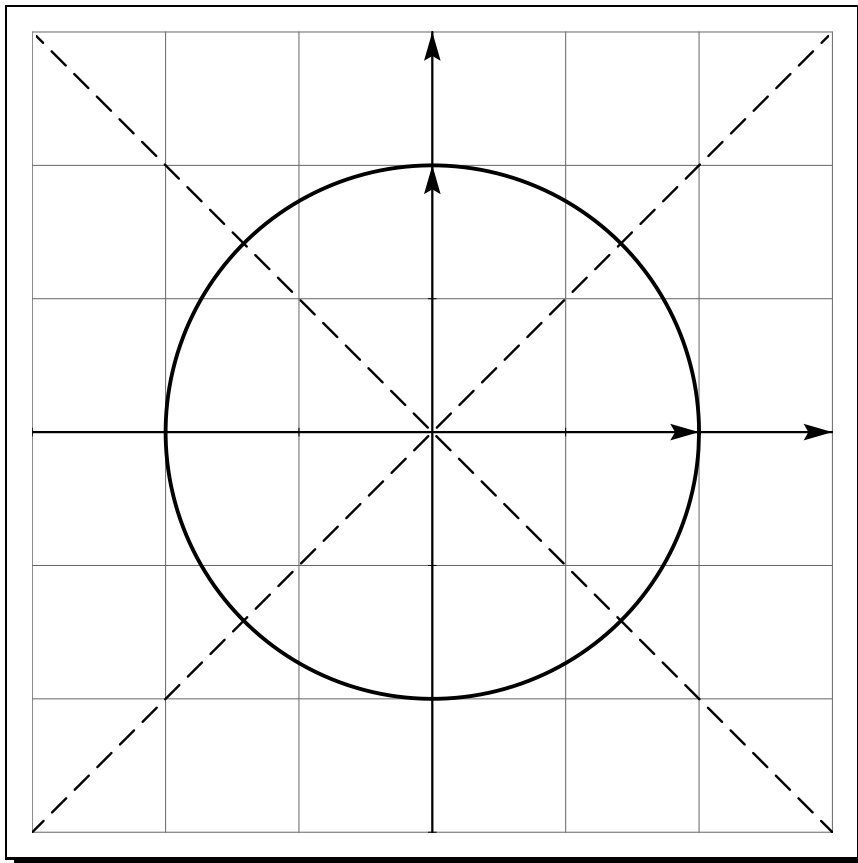
durée : 1h

On rappelle le tableau des valeurs remarquables :

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

## Exercice 1 : (7 points) Cercle trigonométrique, équations

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on a représenté ci-dessous le cercle trigonométrique.



1. a) Placer sur le graphique ci-dessus les points correspondant aux nombres

$$0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{3}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{9\pi}{4}, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad -\frac{5\pi}{2},$$

- b) En déduire les valeurs exactes de

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

2. a) À l'aide du cercle ci-dessus, résoudre dans l'intervalle  $[-\pi; \pi]$  l'équation

$$(E) \quad \cos x = \frac{1}{2}.$$

b) Toujours à l'aide du graphique, résoudre l'équation (E) sur l'intervalle  $[0; 2\pi]$ .

3. À l'aide du cercle ci-dessus, résoudre dans l'intervalle  $[-\pi; \pi]$  l'équation

$$(E') \quad \sin x = \frac{1}{2}.$$

4. Soit  $x$  un nombre de l'intervalle  $[0; \pi]$  dont le cosinus vaut  $-4/5$ . Déterminer  $\sin x$ .

**Exercice 2 : (4 points) Un point du cercle trigonométrique**

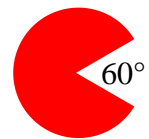
Soit  $a$  un nombre réel vérifiant

$$\cos a = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{2} < a < 0.$$

1. Placer sur le cercle trigonométrique le point  $M$  qui correspond à l'angle  $a$ .
2. Calculer la valeur exacte de  $\sin a$ .
3. Placer le point  $M'$  du cercle trigonométrique qui correspond à l'angle  $a + \pi$ . En déduire les coordonnées de  $M'$ .

**Exercice 3 : (3 points) Le « monstre »**

Dans un jeu vidéo, le « monstre » est le secteur coloré d'un disque de rayon 1 cm représenté sur la figure ci-contre. La pièce manquante (la gueule) a un angle au centre de  $60^\circ$ .



1. Déterminer une mesure en radian de l'angle  $60^\circ$ .
2. Calculer le périmètre du monstre.

**Exercice 4 : (3 points) Parité, périodicité...**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \cos^2 x$ , définie sur  $\mathbb{R}$ .

1. Étudier la parité de  $f$ .
2. Montrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$ .

**Exercice 5 : (3 points) Inéquation polynomiale**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation

$$4x - 5x^2 \geq 0.$$