

Devoir surveillé n° 11

durée : 2h

Exercice 1 : Algèbre : équations diverses

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{2-x}{3x-2} \geq 0$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $|x+3| = 4$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $|x-2| < 5$.
4. On sait que

$$\cos x = \frac{4}{5} \quad \text{avec} \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right].$$

Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

Exercice 2 : Étude d'une fonction polynôme – Équation, inéquation

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

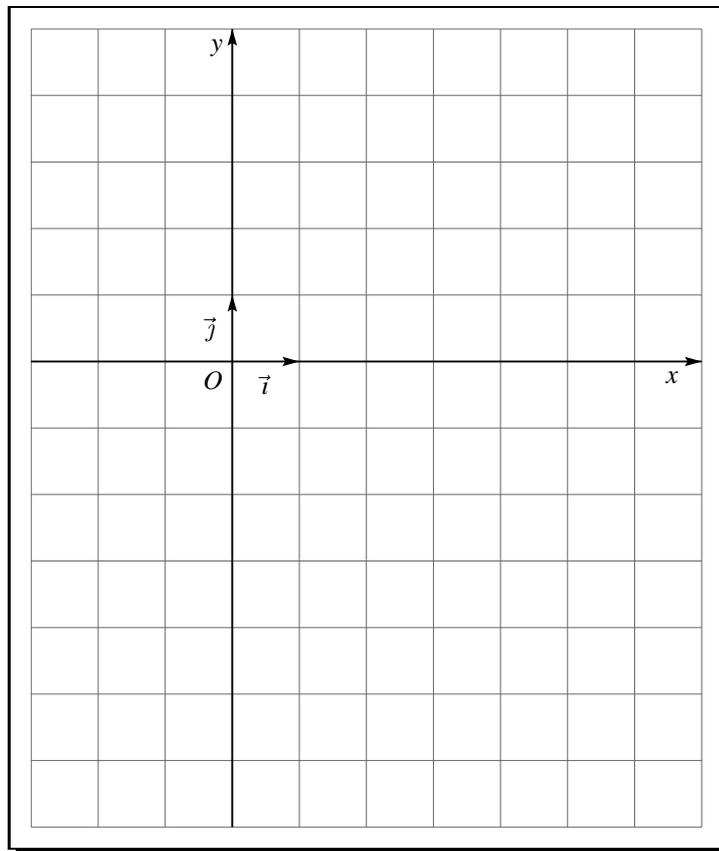
$$f(x) = -x^2 + 4x - 1.$$

1. Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = -(x-2)^2 + 3$.
2. a) Démontrer que la fonction f est croissante sur $] -\infty; 2]$.
On admet que f est décroissante sur $[2; +\infty[$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
c) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

- d) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-1; 5]$ (sur le repère ci-dessous).
3. Résoudre algébriquement

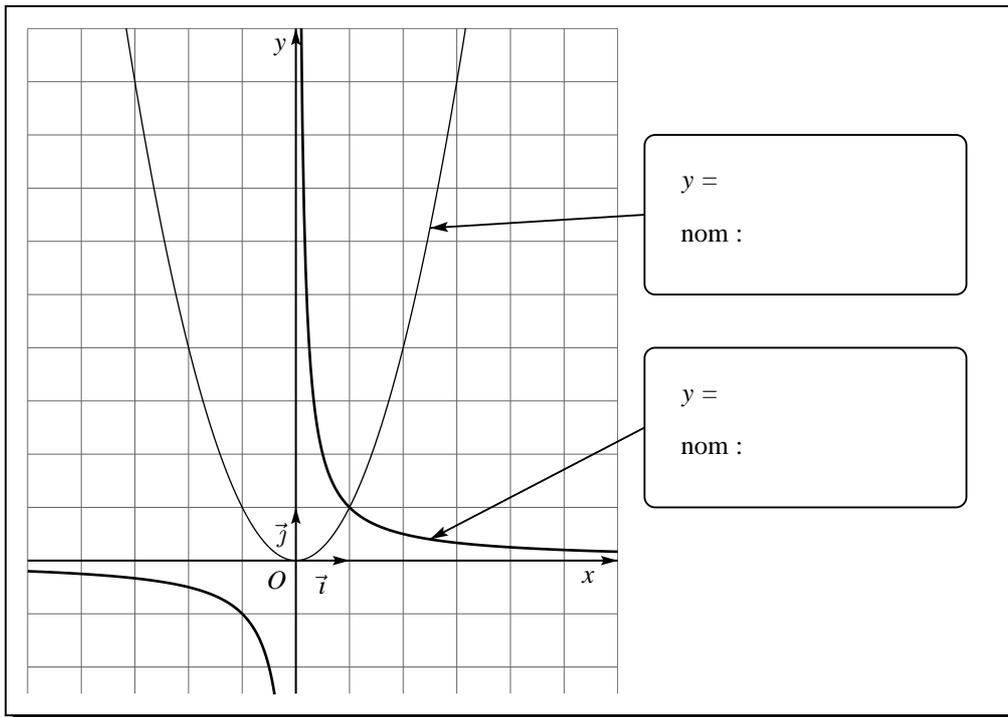
a) $f(x) = -1$ b) $f(x) \geq 2$.



Exercice 3 : Fonctions de références, encadrements

On a représenté ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g respectivement définies par

$$f(x) = x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$



1. Sur le graphique ci-dessus :

- a) Compléter les cadres donnant l'équation et le nom de chacune des 2 courbes.
- b) Représenter sur le même graphique la fonction h définie par :

$$h(x) = -x + 2.$$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) $\frac{1}{x} \leq x^2$ b) $x^2 \geq -x + 2.$

3. Compléter :

- si $-2 \leq x \leq 6$ alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$
- si $-4 \leq x \leq -2$ alors $\dots \leq \frac{1}{x} \leq \dots$
- si $-1 \leq x \leq 3$ alors $\dots \leq -x + 2 \leq \dots$
- si $-1 \leq x \leq 1$ alors $\dots \leq \frac{1}{-x + 2} \leq \dots$

Exercice 4 : Données manquantes, calcul de médiane

1. Soit x et y deux réels. Résoudre le système

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + 3y = 123 \end{cases}$$

2. Un test comporte 5 questions valant chacune 1 point. On dispose d'un tableau donnant les résultats des candidats. Les effectifs qui correspondent aux notes 2 et 3 manquent et sont notées a et b .

note	0	1	2	3	4	5
effectif	5	19	a	b	17	9

On sait que l'effectif total est 100 et que la moyenne des notes est 2,55.

- a) Calculer les entiers a et b .
- b) Quelle est la médiane de cette série statistique ?

Exercice 5 : Petit problème de géométrie analytique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points

$$A(4; 0), \quad B(4; 4) \quad C(0; 4) \quad F(-2; 2) \quad G(-2; -2).$$

itemnum Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.

1. a) Déterminer les coordonnées du point H tel que $AFCH$ soit un parallélogramme.
b) Déterminer les coordonnées du centre I de ce parallélogramme.
2. a) Les droites (AG) et (FB) sont-elles parallèles ?
b) M est un point d'abscisse 6. Déterminer son ordonnée pour que les droites (AM) et (FB) soient parallèles.
3. Déterminer une équation de la droite (AF) .
4. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (AF) et (CG) .
5. Déterminer une équation de la parallèle à (AF) passant par C .