

Colinéarité, alignements

Exercice 1 : Colinéarité de deux vecteurs

Dans chacun des cas suivants, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ? (Justifier.)

$$a) \vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad b) \vec{u} \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 : Alignements de points

Dans chacun des cas suivants, les points M , N et P sont-ils alignés ?

- $M(4; -1)$, $N(7; -3)$ et $P(-5; 5)$.
- $M(-2; 3)$, $N(-3; 7)$ et $P(-5; 14)$.
- $M\left(2; -\frac{1}{3}\right)$, $N(3; -1)$ et $P(0; 1)$.

Exercice 3 : Un trapèze

Le plan est rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer les points

$$A(5; 1) \qquad B(-4; 4) \qquad C(-3; -2) \qquad D(0; -3).$$

2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.

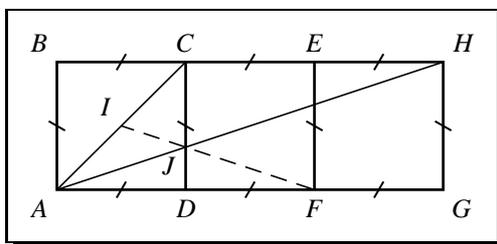
Exercice 4 : Vecteurs colinéaires. . .

Dans chacun des cas suivants, déterminer le nombre réel α tel que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.

$$1. \vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} \alpha \\ 5 \end{pmatrix} \qquad 2. \vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -\alpha \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} -3\alpha \\ 5 \end{pmatrix} \qquad 3. \vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 3\alpha \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ \alpha^2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Exercice 5 : Choisir un repère pour démontrer

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$, $DCEF$ et $FEHG$ sont 3 carrés de côté 1. Le point I est le milieu de $[AC]$, et J est le point d'intersection des droites (CD) et (AH) .



On choisit le repère orthonormal (A, \vec{i}, \vec{j}) où l'on a posé

$$\vec{i} = \overrightarrow{AD} \quad \text{et} \quad \vec{j} = \overrightarrow{AB}$$

- Lire dans le repère (A, \vec{i}, \vec{j}) les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H .
- Lire les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AJ} (justifier).
 - En déduire les coordonnées des points I et J .
- Montrer que les points I, J et F sont alignés.

Exercice 6 : Choisir un repère

On considère un parallélogramme $OIJK$ et les points A, B et G définis par

$$\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}, \quad \overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OK}, \quad \overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}.$$

- Faire une figure.
- Choisir un repère pour démontrer que les points O, G et J sont alignés.