

# Géométrie analytique

## Exercice 1 : Géométrie analytique : un petit problème de synthèse

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm (graphique ci-joint).

**1ère partie.** On donne  $A(1, 2)$  et  $B(3, 1)$ .

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
2. Déterminer les équations réduites des droites  $(OA)$  et  $(OB)$ .
3. Prouver que le triangle  $OAB$  est rectangle isocèle.
4. Calculer l'aire du triangle  $OAB$ .
5. Construire  $G$ , le centre de gravité du triangle  $OAB$ .

Calculer les coordonnées du point  $G$ .

**2ème partie.**

1. Construire les points  $A_1$  et  $B_1$  tels que  $\overrightarrow{OA_1} = 2\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{OB_1} = 2\overrightarrow{OB}$ .  
Prouver que  $\overrightarrow{A_1B_1} = 2\overrightarrow{AB}$ .
2. Le triangle  $OA_1B_1$  est rectangle isocèle. Pourquoi ?
3. Soit  $G_1$  le point tel que  $\overrightarrow{OG_1} = 2\overrightarrow{OG}$ . Montrer que  $G_1$  est centre de gravité du triangle  $OA_1B_1$ .
4. Comparer l'aire de  $OA_1B_1$  et de  $OAB$ .

**3ème partie.**

1. Construire les points  $A_2$  et  $B_2$  tels que  $\overrightarrow{OA_2} = 2\overrightarrow{OA_1}$  et  $\overrightarrow{OB_2} = 2\overrightarrow{OB_1}$ .
2. Comparer l'aire de  $OA_2B_2$  et de  $OAB$ .

**4ème partie.**

1. Construire les points  $A_3$  et  $B_3$  tels que  $\overrightarrow{OA_3} = 2\overrightarrow{OA_2}$  et  $\overrightarrow{OB_3} = 2\overrightarrow{OB_2}$ .
2. Pouvez-vous donner l'aire du triangle  $OA_{10}B_{10}$  ?
3. Pouvez-vous donner les coordonnées de  $G_{10}$ , le centre de gravité de  $OA_{10}B_{10}$  ?

