

# Brevet de Technicien Supérieur

durée : 2h

## Session 1992

### Exercice 1 : Décharge d'un condensateur, bts mai, session 1992

(Les unités de mesure utilisées sont les unités du système SI.)

Un condensateur de capacité  $C$  est chargé sous une tension initiale de 20 volts. Il se décharge ensuite dans un résistor de résistance  $R$ ; on note  $a = RC$ . La tension aux bornes du condensateur est une fonction  $V$  du temps  $t$  définie sur  $[0; +\infty[$ .

$V$  est solution de l'équation différentielle ( $E$ ) :

$$V'' + \frac{1}{a}V'(t) = 0.$$

- Déterminer toutes les fonctions solutions de l'équation différentielle ( $E$ ).
  - On rappelle que pour  $t = 0$ , on a  $V(0) = 20$ . Déterminer l'expression de  $V$ .
- Dans cette question, on suppose que  $R = 1\,000$  et  $C = 10^{-4}$ .
  - Montrer que l'on a alors  $V(t) = 10e^{-10t}$ .
  - Étudier les variations de la fonction  $V$ .
  - Déterminer les valeurs de  $t$  pour lesquelles on a  $V(t) \geq 0,02$ .
  - L'intensité traversant le circuit est une fonction  $I$  du temps; on a  $I(t) = CV'(t)$ . Déterminer  $I(t)$ .
  - Calculer l'énergie  $W$  dissipée dans le résistor entre les instants  $t = 0$  et  $t = 0,69$  sachant que

$$W = \int_0^{0,69} RI^2(t) dt.$$

- Dans cette question, la tension aux bornes du condensateur étant définie par

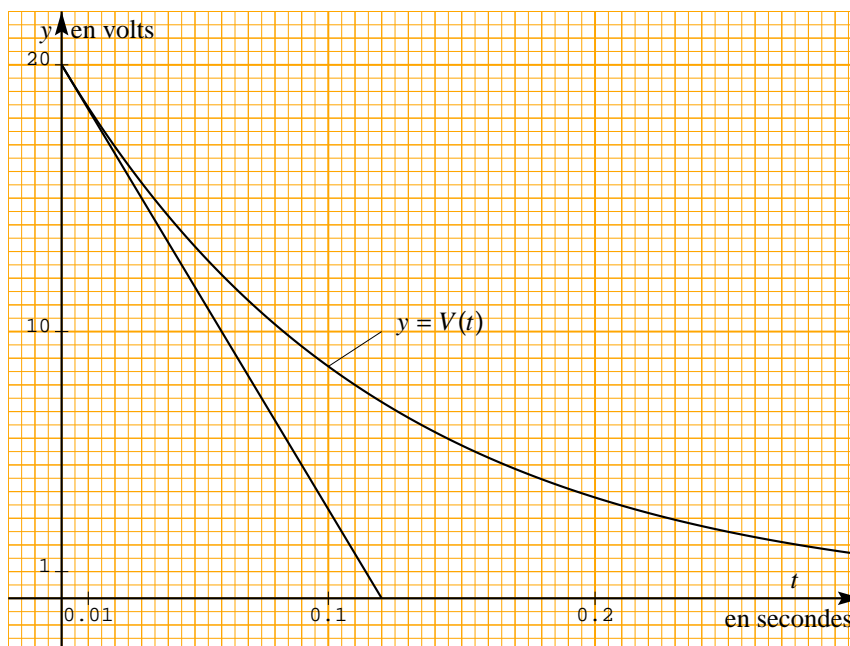
$$V(t) = 20e^{-t/a},$$

on note  $C_a$  la courbe représentative de  $V$  dans un repère orthogonal avec les unités graphiques suivantes :

5 cm sur l'axe des abscisses pour représenter 0,1 seconde;

0,5 cm sur l'axe des ordonnées pour représenter 1 volt.

- Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C_a$  au point d'abscisse 0. Soit  $M$  le point d'intersection de  $T$  avec l'axe des abscisses. Déterminer l'abscisse de  $M$ .
- Pour un certain dipôle on a tracé la courbe représentative  $C_a$  ainsi que sa tangente au point d'abscisse 0 sur le graphique suivant :



Déduire de ce graphique la valeur correspondante de  $a$ .

**Exercice 2 : Granulométrie, bts mai, session 1992**

Le but de cet exercice est d'étudier une méthode de granulométrie fréquemment utilisée dans l'industrie sucrière pour calibrer le sucre blanc en fonction de la taille de ses cristaux.

**– Partie A –**

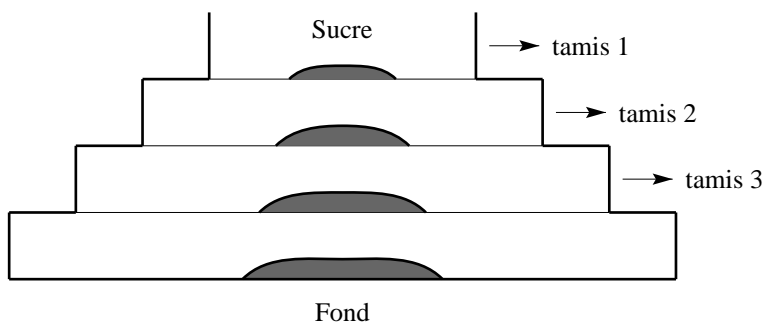
Pour effectuer un calibrage il faut que le sucre soit bien sec, or dans 5% des cas celui-ci est trop humide et l'opération ne peut être effectuée. On fait dix calibrages successifs.

- Quelle est la probabilité pour que tous les calibrages puissent être effectués ?
- Quelle est la probabilité pour que deux calibrages au plus ne puissent être faits à cause de l'humidité du sucre ?

**– Partie B –**

Le sucre est bien sec.

Le calibrage consiste alors à faire passer le sucre au travers d'une série de tamis emboîtés les uns sur les autres et posés sur un fond.



On admettra que la variable aléatoire  $X$  prenant pour valeur la taille des cristaux de sucre suit une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma)$ . Dans le cadre de cet exercice on supposera qu'on dispose de 3 tamis dont voici les ouvertures de mailles en mm :

- Tamis n°1 : ouverture 0,8 mm;
- Tamis n°2 : ouverture 0,5 mm;
- Tamis n°3 : ouverture 0,2 mm.

Les cristaux de sucre dont la taille est inférieure à 0,2 mm se retrouvent dans le fond à la fin du calibrage.

1. Compléter le tableau suivant :

Niveau de récupération	Taille des cristaux de sucre récupérés
Tamis n°1	$0,8 \leq X$
Tamis n°2	$\dots \leq X < \dots$
Tamis n°3	$\dots \leq X < \dots$
Fond	$X < 0,2$

- On verse 1 800 g de sucre dont la taille des cristaux  $X$  suit la loi normale de moyenne  $m = 0,58$  mm et d'écart-type  $\sigma = 0,2$  mm.
  - Calculer la probabilité de l'événement :  $[X < 0,2]$  et la probabilité de l'événement  $[0,5 \leq X < 0,8]$ .
  - Estimer la masse de sucre récupéré d'une part dans le fond et d'autre part dans le tamis n°2.
- On constate maintenant que  $m = 0,65$  mm et que 40% de la quantité de sucre initialement versé se retrouve dans le tamis n°2. Quelle est alors la valeur de l'écart-type  $\sigma$  de la variable aléatoire  $X$  ?