Devoir surveillé n° 1

durée : 1h

Exercice 1 : (*6 points*) **Calculs d'intégrales**

Calculer la valeur exacte des intégrales suivantes :

$$A = \int_1^2 x^2 - 1\,dx \qquad B = \int_1^2 x - \frac{1}{x^2}\,dx \qquad C = \int_0^{\pi} 2\sin x\,dx$$

Exercice 2 : (*2 points*) **Primitive**

Déterminer une primitive de la fonction f définie sur $[-1;0]$ par

$$f(x) = \frac{3}{(3x-1)^2}.$$

Exercice 3 : (*3 points*) **Intégrale de fonction trigonométrique (linéarisation)**

Calculer la valeur exacte de

$$I = \int_0^{\pi} \cos^2 x\,dx.$$

Exercice 4 : (*9 points*) **Aire entre deux courbes**

1. Soit P la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

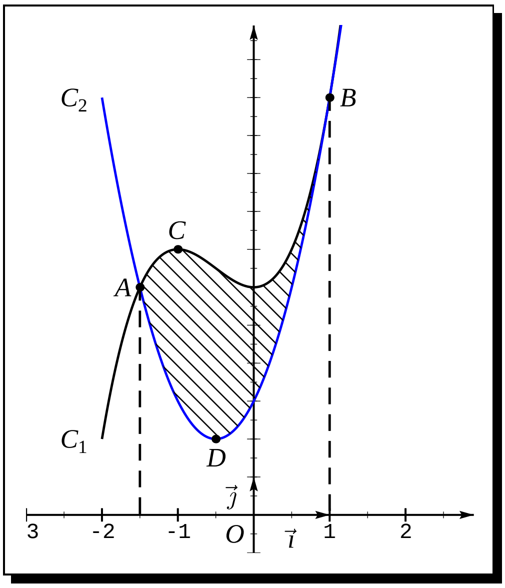
$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3.$$

a) Vérifier que, pour tout nombre réel x, on a :

$$P(x) = (x-1)^2(2x+3).$$

b) Résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $P(x) = 0$.

2. Dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unités graphiques 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée, on considère les arcs de courbe $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ADB}$ (voir la figure ci-dessous)



– l'arc $\widehat{ACB}$ est une partie de la courbe représentative C_1 de la fonction f définie par

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6$$

– l'arc $\widehat{ADB}$ est une partie de la courbe représentative C_2 de la fonction g définie par

$$g(x) = 4x^2 + 4x + 3.$$

a) Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ se ramène à l'équation $P(x) = 0$ définie à la question **1**. En déduire les coordonnées des points d'intersection A et B des courbes C_1 et C_2.

b) Calculer en cm^2 l'aire de la portion de plan comprise entre les deux arcs (hachurée sur la figure). On donnera la valeur exacte puis une valeur arrondie au mm^2.