

Devoir surveillé n° 7

durée : 2h

Exercice 1 : Étude d'une fonction exponentielle, bac F1, 1994

Soit f la fonction numérique définie sur l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} par

$$f(x) = 5 - x - e^{-x}.$$

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Démontrer que $f(x)$ tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $-\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction f et donner le tableau de variation.
3. a) Montrer que la droite D d'équation $y = -x + 5$ est asymptote à la courbe C .
b) Étudier la position relative de C et D .
4. On considère la droite Δ d'équation $y = -x$.
a) Calculer les coordonnées de A , le point d'intersection de Δ et C .
b) Calculer le coefficient directeur de la tangente en A à C et tracer cette tangente.
5. Construire C et D avec précision.
6. Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par C , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$. On donnera la valeur exacte de cette aire puis la valeur approchée, arrondie au mm^2 .

Exercice 2 : Dérivées et tableaux de variation

1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = xe^x.$$

- a) Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- c) Dresser le tableau de variation de f . (Les études de limites ne sont pas demandées.)
2. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R}^* par

$$g(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

- a) Calculer $g'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.
- b) Étudier le signe de $g'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.
- c) Dresser le tableau de variation de g . (Les études de limites ne sont pas demandées.)