

Forme trigonométrique d'un nombre complexe

Exercice : Racines n-ièmes de l'unité

A Racines carrées de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = -1$$

1. Déterminer la forme algébrique de z^2 .
2. Calculer $1 + z$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z et z^2 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2 .

B Racines cubiques de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

1. Déterminer les formes algébriques de z^2 et z^3 .
2. Calculer $1 + z + z^2$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z, z^2 et z^3 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2 et z^3 (faire une construction exacte).

Remarque – Ce nombre z est particulier. En mathématique, on a l'habitude de le noter j , et on dit que c'est une *racine cubique primitive de l'unité*.

C Racines quatrièmes de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = i$$

1. Déterminer la forme algébrique de z^2, z^3 et z^4 .
2. Calculer $1 + z + z^2 + z^3$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z, z^2, z^3 et z^4 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2, z^3 et z^4 .

Forme trigonométrique d'un nombre complexe

Exercice : Racines n-ièmes de l'unité

A Racines carrées de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = -1$$

1. Déterminer la forme algébrique de z^2 .
2. Calculer $1 + z$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z et z^2 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2 .

B Racines cubiques de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

1. Déterminer les formes algébriques de z^2 et z^3 .
2. Calculer $1 + z + z^2$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z, z^2 et z^3 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2 et z^3 (faire une construction exacte).

Remarque – Ce nombre z est particulier. En mathématique, on a l'habitude de le noter j , et on dit que c'est une *racine cubique primitive de l'unité*.

C Racines quatrièmes de l'unité : On considère le nombre complexe

$$z = i$$

1. Déterminer la forme algébrique de z^2, z^3 et z^4 .
2. Calculer $1 + z + z^2 + z^3$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z, z^2, z^3 et z^4 .
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2, z^3 et z^4 .