

Fonction dérivée – Études de fonctions

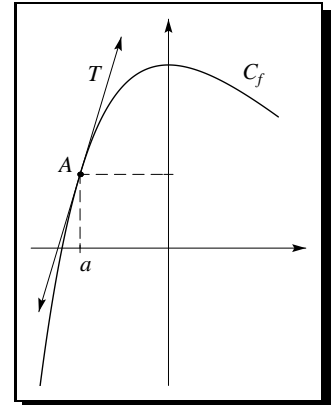
Exercice 1 : Équation de la tangente à une courbe de fonction

Le but de cet exercice est de déterminer la formule générale donnant l'équation, en un point donné, de la tangente à une courbe de fonction.

Soit a un nombre réel fixé. On note C_f la courbe représentative de la fonction f , A le point de C_f d'abscisse a , et T la tangente à la courbe C_f au point A .

- Déterminer les coordonnées du point A .
- Donner, en fonction de f et de a , le coefficient directeur de la tangente T .
- À l'aide des questions précédentes, déterminer une équation de T . Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$



Exercice 2 : Études de fonctions

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x^2 + 7x - 3$

b) $f(x) = -x^2 + 5x - 4$

c) $f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$

Exercice 3 : Variations de fonctions polynômes

Pour chacune des fonctions polynômes f suivantes, définies et dérivables sur \mathbb{R} , déterminer la fonction dérivée f' , étudier le signe de f' , puis dresser le tableau de variation de la fonction f .

a) $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$

c) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3$

e) $f(x) = (3x + 1)^2$

b) $f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{3}x + 4$

d) $f(x) = (3x - 1)(-2x + 3)$

f) $f(x) = (x + 3)(x^2 + 1)$

Exercice 4 : Étude d'une fonction polynôme de degré 3

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x - 4,$$

et on appelle C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Déterminer la fonction dérivée f' de f .
- Étudier le signe de la fonction dérivée.
- Déduire des questions précédentes le tableau de variation de la fonction f .
- Combien la courbe C_f admet-elle de tangentes horizontales (préciser et justifier).
- Représenter la courbe C_f dans le plan, avec ses tangentes remarquables;

Exercice 5 : Coefficients indéterminés

On considère C_f , la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a , b et c sont des constantes réelles fixées.

Sachant que C_f passe par les points $A(2, -1)$ et $B(0, 3)$, et qu'elle admet une tangente horizontale en A , déterminer les coefficients a , b et c .