Corrigé du devoir surveillé n° 3

Exercice 2 : (*4 points*) **Forme algébrique d'un nombre complexe**

On trouve :

a) $\boxed{z_1 = -13 + 11i}$ *b*) $\boxed{z_2 = -1 - 2i}$ *c*) $\boxed{z_3 = -i}$

Exercice 3 : (*4 points*) **De la forme trigonométrique à la forme algébrique**

On trouve :

a) $\boxed{z_1 = 1 + i\sqrt{3}}$ *b*) $\boxed{z_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}$ *c*) $\boxed{z_3 = -2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}}$ *d*) $\boxed{z_4 = -3i}$

Exercice 4 : (*2 points*) **Équation dans $\mathbb{C}$**

Il vient

$$\begin{aligned}(1+3i)z + 2 - 4i = 0 &\iff (1+3i)z = -2 + 4i\\ &\iff z = \frac{-2+4i}{(1+3i)} = \frac{(-2+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}\\ &\iff z = \frac{10+10i}{1+9} \quad \text{soit} \quad \boxed{z = 1 + i}\end{aligned}$$

Exercice 1 : (*10 points*) **Étude de d'une fonction polynôme de degré 3**

1. *a*) On a $\boxed{g'(x) = 3x^2 + 4x - 4}$. En utilisant la méthode du discriminant Δ (ici égal à 64), on trouve que g' admet les 2 racines -2 et $2/3$, et que $g'(x)$ est de signe négatif pour x entre ces racines.

b) *c*) D'où le tableau de signes pour g' et le tableau de variations pour g :

x	-4		-2		$\frac{2}{3}$		3
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-15	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\frac{13}{27} \simeq -0,48$	$\nearrow$	34

2. *a*) D'après la question ci-dessus, la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[-2; 2/3]$, et elle change de signe sur cet intervalle (puisque $g(-2)$ est positif alors que $g(2/3)$ est négatif). Ceci prouve que l'équation $g(x) = 0$ $\boxed{\text{admet une unique solution } \alpha \in [-2; 2/3]}$.

b) On trouve $\boxed{0,30 < \alpha < 0,31}$ puisque $g(0,30)$ est positif alors que $g(0,31)$ est négatif.

3. On a $g(1) = 0$, donc la tangente passe par le point $(1,0)$, et $g'(1) = 3$, donc le coefficient directeur de cette tangente est 3. Après calculs, on trouve l'équation réduite de la tangente cherchée : $\boxed{y = 3(x-1)}$. On peut également trouver ce résultat en utilisant la formule générique $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ avec $a = 1$.

4.