

Devoir surveillé n° 5

durée : 1h

Exercice 1 : (8 points) Un vaccin efficace !

Un laboratoire veut tester l'efficacité d'un vaccin sur des souris. Certaines ont été vaccinées, d'autres pas. Toutes ont reçu le virus de la maladie considérée. Certaines ont développé la maladie, d'autres pas.

Voici les informations dont on dispose :

- le laboratoire a effectué cette expérience sur 320 souris au total ;
- 170 souris ont été vaccinées ;
- 220 souris ont développé la maladie et, parmi celles-ci, 130 avaient été vaccinées.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Souris ayant développé la maladie	Souris n'ayant pas développé la maladie	Total
Souris vaccinées			
Souris non vaccinées			
Total			

2. En arrondissant chaque résultat à l'entier le plus proche, calculer le pourcentage :
- a) de souris n'ayant pas développé la maladie
 - b) de souris non vaccinées
 - c) de souris ayant développé la maladie, parmi celles qui n'ont pas été vaccinées
 - d) de souris ayant développé la maladie, parmi celles qui ont été vaccinées.
3. Que pensez-vous de l'efficacité de ce vaccin ?
4. On choisit au hasard une souris parmi les 320. Calculer la probabilité, à 10^{-2} près, des événements suivants :
- A : « La souris est malade »
- B : « La souris est vaccinée »
5. On considère les événements suivants :

$$A \cap B, \quad A \cup B, \quad A \cap \bar{B}, \quad \bar{A} \cap \bar{B}$$

où \bar{A} et \bar{B} désignent respectivement les événements contraires de A et de B .

Définir chacun de ces événements par une phrase en français puis calculer leur probabilité à 10^{-2} près.

Exercice 2 : (5 points) Utilisation d'un arbre en probabilités

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles

Un sac contient six jetons :

- deux jetons verts numérotés 1 et 2, désignés par V_1 et V_2 ,
- trois jetons jaunes numérotés 1, 2 et 3, désignés par J_1 , J_2 et J_3 ,
- un jeton noir numérotés 1 et désigné par N_1 .

On réalise l'expérience suivante : on tire au hasard un premier jeton du sac ; parmi les jetons restants, on tire au hasard un second jeton.

Un résultat possible est (V_2, J_3) où V_2 est le premier jeton tiré et J_3 le deuxième. (J_3, V_2) est un autre résultat.

1. À l'aide d'un arbre, donner la liste des différents résultats possibles. Quel est leur nombre ?
2. On considère les événements suivants :

A : « Les deux jetons obtenus ont la même couleur »

B : « Les deux jetons obtenus portent le même numéro »

Calculer la probabilité de chacun de ces événements.

3. Justifier pourquoi les événements A et B sont incompatibles.
4. Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

Exercice 3 : (4 points) Calcul de fonctions dérivées

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la fonction dérivée sur les intervalles où elle est définie.

a) $f(x) = 2x^3 - \frac{x^2}{3} + \frac{1}{3}$

b) $g(x) = \frac{2}{4-x} + \frac{4-x}{2}$

c) $h(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 2}$

Exercice 4 : (3 points) Calcul de fonctions dérivées

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de la fonction dérivée :

a) $f(x) = 3 \sin(2x)$

b) $g(x) = \cos^2 x$

c) $h(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$